

14 - 01 | 2025

APLICAÇÃO DAS CARTAS DE CONTROLO DE QUALIDADE NA AVALIAÇÃO DO ÍNDICE DE ACIDEZ DE AZEITE EXTRA VIRGEM

Application of Quality Control Charts in the Evaluation of the Acidity Index of Extra Virgin Olive Oil

Aplicación de Cartas de Control de Calidad en la Evaluación del Índice de Acidez del Aceite de Oliva Virgen Extra

Castigo Jossefa Parruque¹ & Enoque Albino Manhique².

¹*Doutorando em Matemática Aplicada e Modelação, Universidade Aberta, Portugal, castigoparruque@gmail.com. ORCID é0 009-0008-1187-0403*

²*Doutorando em Desenvolvimento Industrial e Económico, Xi'na jiaotong University school of Managment, China, manhiqueenoque@yahoo.com.br.*

Autor para correspondência: castigoparruque@gmail.com

Data de recepção: 05-12-2024

Data de aceitação: 07-01-2025

Como citar este artigo: Parruque, C. J.; & Manhique, E. A. (2025). Aplicação das cartas de controlo de qualidade na avaliação do índice de acidez de azeite extravirgem. *ALBA - ISFIC Research and Science Journal*, 1(6), pp. 262-274. <https://alba.ac.mz/index.php/alba/issue/view/8>.

RESUMO

O controlo de qualidade estatístico é um sistema que emprega técnicas estatísticas para controlar a qualidade por realizar a inspeção, teste e análise para concluir se a qualidade do produto está de acordo com os padrões de qualidade estabelecidos. Neste artigo apresentamos a aplicação das cartas de controlo de qualidade na avaliação do índice de acidez do azeite extravirgem. Neste estudo apresentamos e mostramos a aplicação de algumas Cartas de Controlo de Qualidade numa amostra de 58 observações individuais do índice de acidez (em%) de azeite extravirgem de uma certa marca. As cartas utilizadas são Carta de Somas Acumuladas (CUSUM) e Carta da Média Móvel Exponencialmente Amortecida (EWMA), além de apresentar a aplicação destas duas cartas fizemos análise comparativa com as cartas I (Gráfico X) e das amplitudes (MR). Antes da aplicação das cartas foi verificado alguns pressupostos da sua aplicação como

normalidade dos dados através do teste de Ryan-Joiner (Similar ao Shapiro-Wilk), autocorrelação serial e a existência ou não de outliers através do boxplot. Com uma significância de 1% e 5% verificamos que os dados do índice de acidez de azeite tinha aproximadamente uma distribuição normal, não havia presença de outliers. Quanto aos resultados das cartas observamos pontos que se encontravam fora dos limites de controlo na carta I, como ações de correção removemos os pontos que se encontravam fora dos limites de controlo na carta MR, onde apuramos que o processo parecia estar sob controlo estatístico e ser capaz, mas nas cartas CUSUM e EWMA verificamos ainda pontos fora dos limites de controlo.

Palavras-chave: Controlo de Qualidade, Cartas de Controlo, Índice de Acidez do Azeite, Carta de Somas Acumuladas, Carta da Media Movel Exponencialmente Amortecida.

ABSTRACT

Statistical quality control is a system that employs statistical techniques to control quality by carrying out inspection, testing and analysis to conclude whether the product quality is in accordance with established quality standards. In this article we present the application of control charts of quality in the evaluation of the acidity index of extra virgin olive oil. In this study we present and show the application of some Quality Control Charts in a sample of 58 individual observations of the acidity index (in%) of extra virgin olive oil of a certain brand. The charts used are Cumulative Sum Chart (CUSUM) and Exponentially Damped Moving Average Chart (EWMA), in addition to presenting the application of these two charts, we performed a comparative analysis with charts I (Graph X) and range (MR). application of the charts, some assumptions of their application were verified, such as data normality through the Ryan-Joiner test (Similar to Shapiro-Wilk), serial autocorrelation and the existence or not of outliers through the boxplot. With a significance of 1% and 5 % we verified that the oil acidity index data had approximately a normal distribution, there was no presence of outliers. As for the results of the charts, we observed points that were outside the control limits on chart I, as corrective actions we removed the points that were outside the control limits on the MR chart, where we found that the process seemed to be under statistical control and to be capable, but on the CUSUM and EWMA charts we still check points outside the control limits.

Keywords: Quality Control, Control Charts, Olive Oil Acidity Index, Accumulated Sum Chart, Exponentially Dampened Movel Media Chart.

RESUMEN

El control estadístico de calidad es un sistema que emplea técnicas estadísticas para controlar la calidad mediante la realización de inspecciones, pruebas y análisis para concluir si la calidad del producto cumple con los estándares de calidad establecidos. En este artículo presentamos la aplicación de tablas de control de calidad en la evaluación de la

acidez. Índice de aceite de oliva virgen extra. En este estudio presentamos y mostramos la aplicación de unas Cartas de Control de Calidad sobre una muestra de 58 observaciones individuales del índice de acidez (en%) de aceite de oliva virgen extra de una determinada marca. Los gráficos utilizados son el Gráfico de Suma Acumulada (CUSUM) y el Gráfico de Media Móvil Exponencialmente Suavizado (EWMA), además de presentar la aplicación de estos dos gráficos, realizamos un análisis comparativo con los gráficos I (Gráfico X) y gráficos de amplitud (MR). de valores atípicos a través del diagrama de caja Con una significancia del 1% y del 5% comprobamos que los datos del índice de acidez del aceite de oliva tenían una distribución aproximadamente normal, no hubo presencia de valores atípicos. Respecto a los resultados de los gráficos, observamos puntos que estaban fuera de los límites de control en el gráfico I, como acciones de corrección eliminamos los puntos que estaban fuera de los límites de control en el gráfico MR, donde encontramos que el proceso parecía estar bajo control estadístico y para ser capaz, pero en los gráficos CUSUM y EWMA todavía vemos puntos fuera de los límites de control.

Palabras clave: Control de calidad, Gráficos de control, Índice de acidez del aceite de oliva, Gráfico de sumas acumuladas, Gráfico de media móvil exponencialmente amortiguada.

Contribuição de autoria:

Castigo Jossefa Parruque: Concepção da ideia, pesquisa e revisão de literatura, compilação da informação resultante dos instrumentos, análise estatística, preparação de tabelas, gráficos e imagens, preparação da base de dados, aconselhamento geral sobre o tema abordado, redação do original (primeira versão) e coordenação da autoria.

Enoque Albino Manhique: Revisão e versão final do artigo, correção do artigo, tradução de termos ou informações obtidas, revisão da aplicação do padrão bibliográfico aplicado

INTRODUÇÃO

O controlo do qualidade estatístico é um sistema que se baseia na teoria da probabilidade para avaliar a qualidade do lote e controlar a qualidade de processos e produtos nas indústrias e empresas recorrendo a inspeção de amostragem, análise dos dados, e Cartas de Controlo. Neste estudo vamos desenvolver as cartas de controlo que tem como objectivo especificar o estado de controlo estatístico, obter o controlo estatístico e julgar se o controlo estatístico foi alcançado ou não. As cartas de controlo são usado para monitorar características que podem ser medidas e ter valores contínuos (índice de acidez de azeite extravirgem) ou para monitorar variáveis com características de valores discretas que podem ser contados. Os objectivos deste estudo são: (i) Apresentar algumas notas introdutórias sobre a construção e aplicação das cartas de controlo para Somas Acumuladas, Média Móvel Exponencialmente Amortecida, Gráfico X e das amplitudes; (ii) Aplicar a Carta de Somas Acumuladas (CUSUM) e a Carta da Média Móvel Exponencialmente Amortecida (EWMA) no controlo de qualidade do índice de acidez (em%) de azeite extravirgem; (iii) Comparar os resultados do índice de acidez (em%) de azeite extravirgem na carta CUSUM e EWMA com as cartas I e das amplitudes (MR). Este artigo encontra-se estruturado em quatro secções principais a enumerar: (i) introdução que contempla o enquadramento e objectivo do estudo; (ii) Descrição dos dados e métodos, onde apresentamos a fonte de dados, tipo de dados, softwares e técnicas estatísticas utilizadas; (iii) Revisão da literatura sobre as cartas CUSUM, EWMA cartas I e das amplitudes e, a última secção refere-se apresentação, interpretação de resultados e principais conclusões.

1.1 Fundamentação Teórica

Nesta secção apresentamos notas introdutória sobre a metodologia analítica usada na construção de cartas de controlo de qualidade como: Carta de Somas Acumuladas (CUSUM) e a Carta da Média Móvel Exponencialmente Amortecida (EWMA). Uma vez que foi feita análise comparativa entre as duas cartas com as cartas I (Gráfico X) e das amplitudes,

achamos importante apresentar notas breves sobre metodologia usada na construção deste tipo de cartas.

Carta de Somas Acumuladas.

Segundo Montgomery (2012), a Carta de Somas Acumuladas (CUSUM) é um tipo de carta que incorpora todas as informações na sequência de valores de amostra traçando as somas cumulativas dos desvios dos valores da amostra de um valor alvo. Este autor sublinha que, se μ_0 é o alvo para a média do processo, a Carta de Controlo da soma Acumulada é formado traçando a quantidade C_i que é dado por:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0) \quad (1)$$

contra o número da amostra i . C_i é a Soma Acumulada até e incluindo a i -ésima amostra.

Algorítmico CUSUM para Monitorar a Média do Processo

Cusums podem ser construídos para observações individuais e para as médias de subgrupos. O caso de observações individuais ocorre com muita frequência na prática, como é o caso deste trabalho.

O CUSUM tabular ou algorítmico CUSUM para Monitorar a Média do Processo funciona acumulando derivações de μ_0 que estão acima do alvo com uma estatística C^+ e acumulando derivações de μ_0 que estão abaixo do alvo com outra estatística C^- . As estatísticas C^+ e C^- são chamadas de cusums superior e inferior unilateral, respectivamente, que são calculados da seguinte forma:

$$C^+_i = \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C^+_{i-1}] \quad (2)$$

$$C^-_i = \max[0, \mu_0 - (x_i + K) + C^-_{i-1}] \quad (3)$$

Onde: os primeiros valores iniciais de C^+_i e C^-_i são iguais a zero, K é o valor de referência (ou tolerância, ou o valor de folga), e muitas vezes é escolhido a meio caminho entre o μ_0 alvo e o valor fora do controlo da média μ_1 que está-se interessado em detectar rapidamente. Este valor de referência pode ser calculado por:

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \quad (4)$$

Outro parâmetro importante que tem impacto substancial sobre o desempenho do cusum é o

H. Um valor razoável para H é cinco vezes o desvio padrão do processo σ (Montgomery, 2012). Como recomendações para CUSUM usa-se $h = 4$ ou $h = 5$ e $k = 1/2$, pois de acordo com este autor geralmente fornece um CUSUM que tem boas propriedades de ARL contra uma mudança de cerca de 1σ na média do processo. Vale ressaltar que é possível construir a carta de controlo CUSUM para monitorizar o processo de variabilidade desde que as cartas de CUSUM sejam empregados com observações individuais, mas neste trabalho vamos nos concentrar apenas no CUSUM para Monitorar a Média do Processo. O limite de controlo é dado por $LC = H * \sigma$.

Algorítmico CUSUM para Monitorar a Média do Processo

Cusums podem ser construídos para observações individuais e para as médias de subgrupos. O caso de observações individuais ocorre com muita frequência na prática, como é o caso deste trabalho.

O CUSUM tabular ou algorítmico CUSUM para Monitorar a Média do Processo funciona acumulando derivações de μ_0 que estão acima do alvo com uma estatística C^+ e acumulando derivações de μ_0 que estão abaixo do alvo com outra estatística C^- . As estatísticas C^+ e C^- são chamadas de cusums superior e inferior unilateral, respectivamente, que são calculados da seguinte forma:

$$C^+_i = \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C^+_{i-1}] \quad (2)$$

$$C^-_i = \max[0, x_i - (\mu_0 - K) + C^-_{i-1}] \quad (3)$$

Onde: os primeiros valores iniciais de C^+_i C^-_i são iguais a zero, K é o valor de referência (ou tolerância, ou o valor de folga), e muitas vezes é escolhido a meio caminho entre o μ_0 alvo e o valor fora do controlo da média μ_1 que está-se interessado em detectar rapidamente. Este valor de referência pode ser calculado por:

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \quad (4)$$

Outro parâmetro importante que tem impacto substancial sobre o desempenho do cusum é o H. Um valor razoável para H é cinco vezes o desvio padrão do processo σ (Montgomery, 2012).

Como recomendações para CUSUM usa-se $h = 4$ ou $h = 5$ e $k = 1/2$, pois de acordo com este autor geralmente fornece um CUSUM que tem boas propriedades de ARL contra uma mudança de cerca de 1σ na média do processo. Vale ressaltar que é possível construir a carta de controlo CUSUM para monitorizar o processo de variabilidade desde que as cartas de CUSUM sejam empregados com observações individuais, mas neste trabalho vamos nos concentrar apenas no CUSUM para Monitorar a Média do Processo. O limite de controlo é dado por $LC = H * \sigma$.

Cartas da Média Móvel Exponencialmente

As Cartas da Média Móvel Exponencialmente Ponderada é uma carta eficiente que tem como objectivo detectar pequenas mudanças de média. A única diferença que este tipo de carta tem com CUSUM é que ela considera um maior peso para as observações mais actualizadas.

A estatística da EWMA é dada por:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)z_{i-1} \quad (5)$$

Onde: λ é uma constante que varia de 0 a 1 e z_0 é a estatística que pode ser a média do processo ou a média de dados. A variância de z_i deve-se assumir que os dados são aleatórios e independentes com variância dado por:

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \quad (6)$$

É com base no desvio padrão da equação 6 que se calcula os limites de controlo estatístico dados por:

$$LSC = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (7)$$

$$LIC = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (8)$$

Onde L é a largura do limite do controlo, os valores utilizados para λ que varia entre 0.05 a 0.25 e a largura do limite considerado como tradicional igual a 3 pelo facto de fornecer bons resultados (Montgomery, 2012).

Quanto a vantagem do projecto de um gráfico de controlo EWMA é que ela é muito eficaz contra pequenas mudanças de processo. Os parâmetros da projeção do gráfico são os múltiplos de sigma usados nos limites de

controlo (L) e o valor de l. Isto é possível escolher esses parâmetros para dar desempenho ARL para o gráfico de controle EWMA que se aproxima muito do desempenho ARL CUSUM para detectar pequenas mudanças.

Em relação a robustez, as cartas de controlo do Shewhart são muito sensíveis à não normalidade no sentido de que o real valor no controlo ARL (ARL₀) seria menor do que o valor esperado com base na suposição de uma distribuição normal. Montgomery (2012) faz referência de estudos realizados por Borrór, Montgomery e Runger (1999) onde compararam o desempenho ARL do gráfico de indivíduos de Shewhart e o gráfico de controlo EWMA para o caso de distribuições não normais e usaram a distribuição gama para representam o caso de distribuições enviesadas e a distribuição t para representar distribuições simétricas com caudas mais pesadas que o normal. Estes autores chegaram a conclusão de que as cartas de Shewhart aumentavam de forma drástica a taxa de alarmes falsos enquanto um gráfico de EWMA com $l = 0,05$ ou $l = 0,10$ e um limite de controlo escolhido suponham que teria um desempenho muito bom contra o normal e não normal.

A utilização das Cartas de Soma Cumulativa (CUSUM) e Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA) consideram-se melhores pelo facto de aumentar a eficiência no monitoramento do processo (Montgomery, 2012).

Outros tipos de cartas individuais que podemos destacar para o controlo das observações individuais são: Gráfico X (observações individuais) e gráfico MR (Amplitudes móveis). Neste trabalho não vamos desenvolver muito a sua teoria, mas descrever de forma resumida de como são obtidos os parâmetros e os limites de controlo.

Para obter cartas de controlo de valores individuais calcula-se os parâmetros (Média e desvio padrão) e determina-se os limites de controlo através das seguintes equações sugeridos pelos autores (Grilo & Grilo, 2016):

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (9) \quad \hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (10)$$

Sendo que os limites de controlo são dados por:

$$UCL_{AMR} = \bar{X} + 3\hat{\sigma} \quad (11); \quad CL = \hat{\mu} = \bar{X} \quad (12); \quad LCL_{AMR} = \bar{X} - 3\hat{\sigma} \quad (13)$$

$$UCL_{MMR} = \overline{MR} + 3d_3 \hat{\sigma} \quad (14); \quad CL = \overline{MR} \quad (15); \quad LCL_{MMR} = \overline{MR} - 3d_3 \hat{\sigma} \quad (16)$$

MATERIAIS E MÉTODOS

A fonte de dados das 58 observações do índice de acidez de azeite extravirgem que foram utilizados neste artigo é secundária, são dados expressos (em %) e encontra-se disponível em (<https://elearning.uab.pt/course/view.php?id=12518>) da Universidade Aberta de Lisboa. Estes dados foram fornecidos para elaboração do presente artigo com objectivo de mostrar aplicação de Cartas de Controlo e Amostragem de Aceitação.

Para o processamento, tratamento e análise dos dados das 58 observações do índice de acidez de azeite extravirgem recorreremos a combinação dos seguintes softwares estatísticos: *Minitab* e *Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS versão 25) complementados por Microsoft Office (Excel versão 2016) para algumas formatações de gráficos.

Quanto a técnicas estatísticas utilizadas, começamos por fazer análise descritiva dos dados (medidas de tendência central: Média, mediana; medidas de dispersão: Desvio padrão e coeficiente de variação; distribuição de frequência de dados quanto as medidas de assimetria e curtose), para verificar alguns pressupostos para construção das cartas de controlo apresentados neste artigo, verificamos a existência ou não de outliers na amostra das 58 observações do índice de acidez (em %) de azeite extravirgem recorrendo ao boxplot e teste de normalidade de Ryan-Joiner (Similar ao Shapiro-Wilk), apesar do teste do Shapiro-Wilk ser recomendando para amostras com tamanho igual ou inferior a 50, (Maroco, 2007). As hipóteses da normalidade estabelecidas foram:

Hipótese nula: Os dados do índice de acidez de azeite extravirgem têm distribuição normal.

Hipótese alternativa: Os dados do índice de acidez de azeite extravirgem não têm distribuição normal.

Regra de decisão: Rejeitar hipótese nula se o valor p (*Sig.*) for inferior a 0.05 e 0.01.

O tipo de carta utilizada para controlo de qualidade de uma amostra de 58 observações do índice de acidez (em %) de azeite extravirgem foram a Carta de Somas Acumuladas (CUSUM) e Carta da Média Móvel Exponencialmente Amortecida (EWMA). Para a elaboração da carta CUSUM adoptamos $h=5$ e $k=0.5$, por outro lado, para a elaboração da carta EWMA adoptamos a largura do limite do controlo (L) igual a 3 e o valor de λ igual a 0.05 e 0.10. Segundo Montgomery (2012) na elaboração da carta CUSUM adopta-se $h = 4$ ou $h = 5$ e $k = \frac{1}{2}$, para elaboração da carta EWMA, a largura do limite considerado como tradicional é igual a 3 pelo facto de fornecer bons resultados e os valores utilizados para λ entre 0.05 e 0.25. É de salientar que antes da construção destas cartas começamos por apresentar as cartas I e das amplitudes para efeitos de comparação no que concerne aos resultados obtidos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta secção faz -se apresentação e discussão dos resultados apurados através das cartas de controlo de qualidade, começando pela análise descritiva até os resultados inferenciais.

A figura 1 apresenta um relatório resumo dos resultados de algumas estatísticas descritivas obtidas com a amostra de 58 medições individuais do índice de acidez expressos percentagem de azeite extravirgem, onde conseguimos observar que o índice médio de acidez de azeite extravirgem de uma certa marca é de 0.1991, a mediana do índice de acidez é de 0.21 e um desvio em torno da média de 0.03278. Quanto ao grau de dispersão podemos considerar que a dispersão dos dados originais de acidez é moderada porque a relação entre o desvio padrão e a média foi de 16.46% ($0.03278/0.1991*100$). Podemos ainda observar a distribuição de frequência quanto a simetria, curtose, curva empírica da distribuição normal, boxplot, intervalos de 95% de confiança para média, mediana e para desvio padrão das observações individuais do índice de acidez de azeite extravirgem respectivamente. Quanto assimetria, a forma de distribuição empírica é ligeiramente inclinada para esquerda e leptocúrtico ($K < 0.263$) porque os coeficientes de assimetria e curtose são negativos. Analisando o boxplot e teste de Grubbs que serve para testar a significância dos *outliers* caso elas existam (figura 3 em apêndice) verificamos que não existem *outliers*, ou seja, não existe um valor que foge da distribuição dos dados.

O valor de p obtido com o teste de normalidade de Ryan-Joiner (este teste pode ser encontrado no Minitab) que é semilar ao Shapiro-Wilk (figura 2 em apêndice) nos levou a não rejeitar a hipótese nula de normalidade, para os valores de significância usuais considerados de 1% e 5% porque o valor p é maior que 0.01 e 0.05 respectivamente.

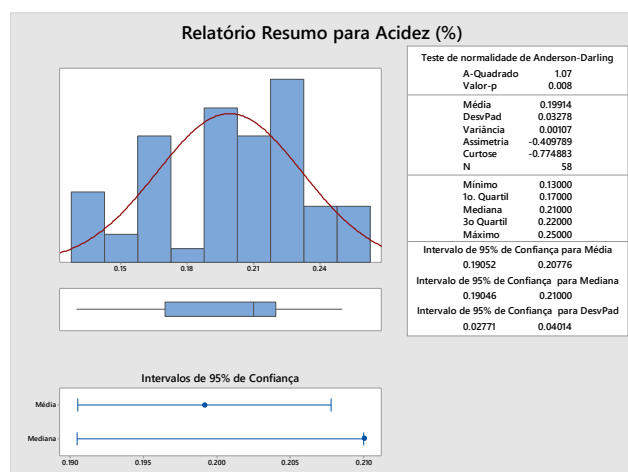


Figura 1: Resumo de análise descritiva do índice de acidez (em%) do azeite extravirgem

Nas figuras 4,5,6 (em apêndice) apresentamos o gráfico da sériel temporal, Função de Autocorrelação Parcial (PACF) e Função de Autocorrelação (ACF) do índice de acidez de azeite extravirgem. De acordo com Gervásio (2018), a ACF é uma função que ajuda na caracterização do desenvolvimento de Y_t ao longo do tempo. Esta função mostra até que ponto o valor observado está fortemente correlacionado com os valores observados no passado, ajuda ainda achar raízes unitárias, escolher modelos e fazer diagnósticos sobre regressões. Nas figuras 5 e 6 nota-se a existência de autocorrelação próximo de 0.8. Uma vez feita análise descritiva, a verificação dos pressupostos para elaboração das cartas de controlo, começamos por apresentar as cartas de controlo X e MR para efeitos de comparação com as cartas CUSUM e EWMA, que é um dos objectivo deste estudo. Numa primeira fase analisando os dados do índice de acidez de azeite extravirgem parecia encontra-se sob contro estatístico uma vez que não viola nenhuma das 8 regras definidas na norma ISSO 7870-2:2013 e nos teores de ácidos gordos

estabelecidos no Regulamento (CEE) nº 2568/1991 para a classificação dos azeites, não apresentando tendências, pelo que não seriam necessárias acções correctivas.

Todavia, a figura 7 mostra as cartas para monitorar a média e a variação (amplitude móvel), verificamos que existe pelo menos um pico no padrão dos pontos na carta X (Observamos os pontos 1, 2, 3, 4, 13, 16, 20, 21, 28, 29, 30, 32, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 41 e 42 que parece estarem fora do controlo uma vez que encontra-se fora dos limites do controlo), provavelmente estes pontos podem ser um falso alarme, sendo assim foi feita uma análise estatística da variabilidade do processo para conduzir a uma eventual remoção das observações fora de limites controlo na carta de amplitudes e elaborar nova carta de controlo para média. No gráfico das amplitudes observamos os pontos 13, 28 e 43 que se encontram acima do limite superior de controlo. Diante disso, teríamos que investigar o que aconteceu para que houvesse essa instabilidade ou aqueles pontos que estão fora dos limites do processo, (Montgomery, 2012).

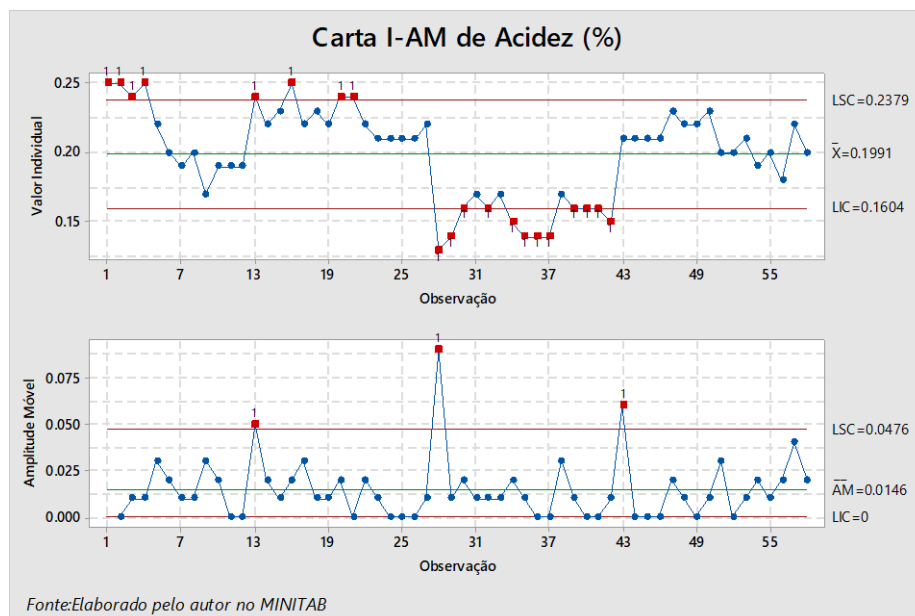


Figura 7: Gráfico de controlo X e MR do índice de acidez do azeite extravirgem

Na figura 8, notamos que depois da remoção das observações na carta de amplitudes (figura 7) e construção da nova carta de controlo para a média, parece o processo estar sobre controlo uma vez que todos os pontos encontramos

dentro dos limites de controlo, o que significa provavelmente os limites que estavam fora do controlo na carta X (figura 7) pode ter sido observado devido aos problemas de limites de especificação de engenharia (Compra

sistemática de materiais com baixa qualidade, inexistência de treinamento e falta de padronização das operações). Avaliando a capacidade do processo através dos índices de capacidade (figura 9) observamos que o processo atende as especificações pois Cp e Cpk (o Cpk é de 2.52, o que significa que o

processo parece ser altamente capaz, ou seja em pelo menos um dos lados dos limites de especificação cabem quatro ou mais desvio padrão). É de salientar também que não há necessidade de ajustar a média pois a capacidade potencial é 1 para Cpk de 2.25.

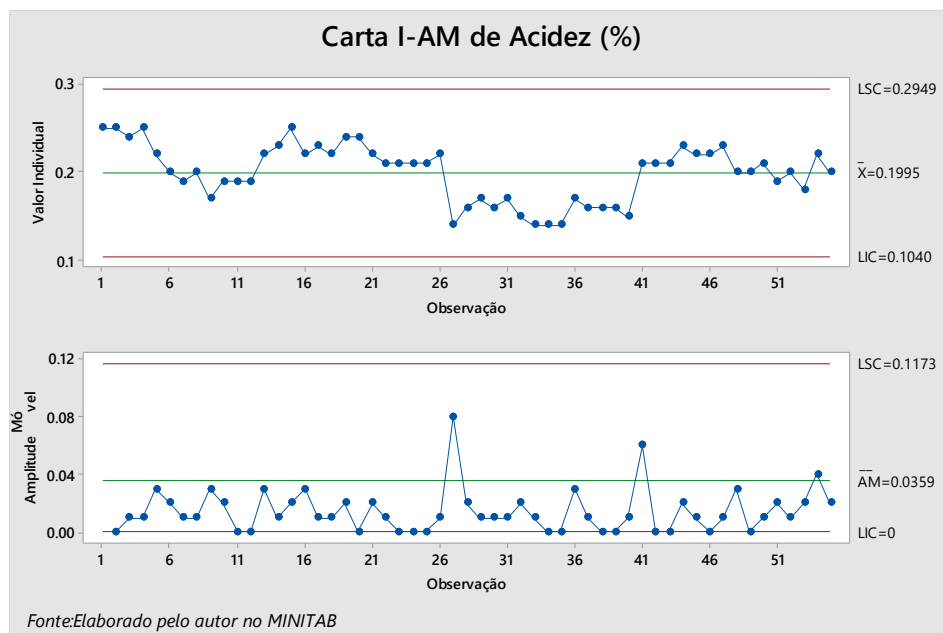


Figura 8: Nova carta de controlo X e MR depois da remoção das observações na carta MR

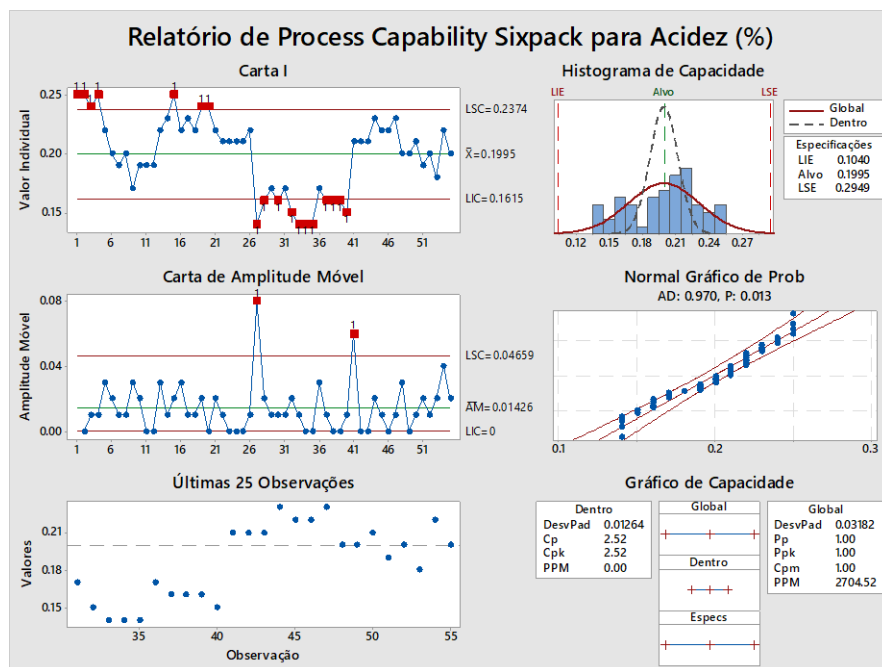


Figura 9: Relatório da capacidade do processo com a remoção das observações

Depois da análise das cartas X verificamos que foi sensível a variabilidade no processo, o que nos levou a remoção das observações 13, 28 e

43 na carta MR como medida ou acção correctiva para investigar o que estaria a acontecer com os pontos fora dos limites do

controlo seguindo as recomendações do (Montgomery, 2012). A seguir vamos fazer análise das cartas CUSUM e EWMA para efeitos de comparação com as cartas que acabamos de abordar.

Numa primeira fase vimos que a carta X tinha as observações 1, 2, 3, 4, 13, 16, 20, 21, 28, 29, 30, 32, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 41 e 42 fora dos limites de controlo. Na carta CUSUM (figura 10) foram registadas as observações 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48 e 49 fora dos limites de controlo. Na carta EWMA (figura 11) observamos os pontos 22, 41, 42 e 43 que se encontram fora de limites de controlo. Nas três cartas conseguimos encontrar pontos 41 e 42 como observações comuns e individuais do índice de acidez de azeite extravirgem que se encontram fora dos limites de controlo. Fazendo análise comparativa entre as cartas CUSUM e EWMA encontramos pontos comuns que se encontram fora dos limites de controlo.

Na carta X removemos as observações 13, 28 e 43 na carta MR na tentativa de melhorar ou monitorar o processo. Os pontos do índice de acidez de azeite que se encontravam fora dos limites de controlo, depois dessa remoção

verificamos que o processo parecia estar sob controlo e até testamos a capacidade do processo, onde verificamos que o estado global do processo parecia altamente ser capaz e não se encontrava fora do processo uma vez que pelo menos um dos lados dos limites de especificação cabiam quatro ou mais desvio padrão, observamos ainda que não havia necessidade de ajustar a média para melhorar a capacidade do processo.

Com a implementação das cartas CUSUM e EWMA assumindo os pontos removidos para melhorar o desempenho do processo na carta X. Na carta CUSUM (figura 12) observamos os pontos 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 que se encontravam fora dos limites de controlo. Na carta EWMA (figura 13) verificamos que os pontos 4 e 40 encontram-se fora dos limites de controlo, para dizer que com remoção das observações individuais do índice de acidez de azeite registados nos pontos 13, 28 e 43 não tem efeito nas cartas de CUSUM e EWMA porque o processo parece continuar a estar fora de controlo porque ainda se observa pontos fora de limites de controlo.

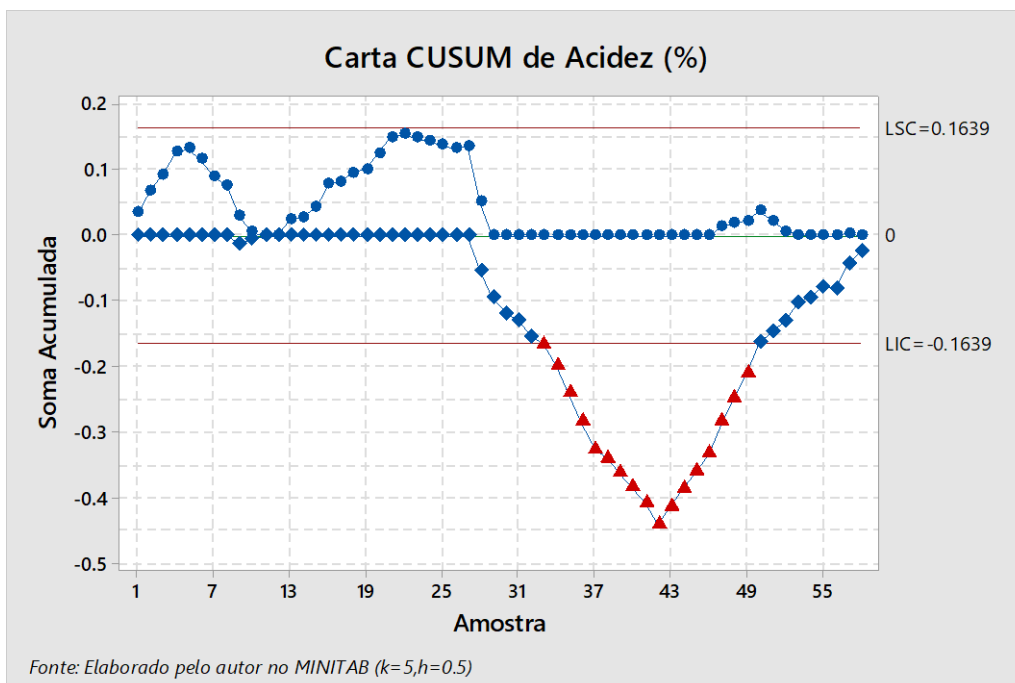


Figura 10: Carta CUSUM do índice de acidez de azeite extravirgem

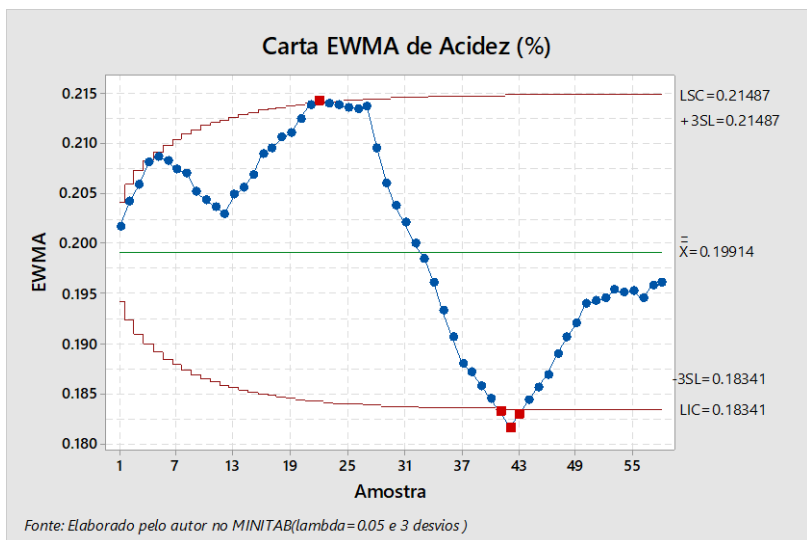


Figura 11: Carta EWMA do índice de acidez de azeite extravirgem

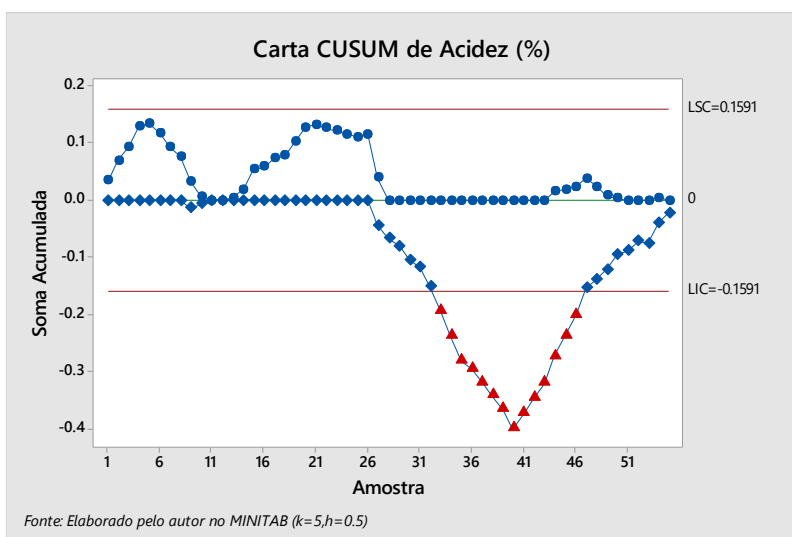


Figura 12: Carta CUSUM do índice de acidez de azeite extravirgem.

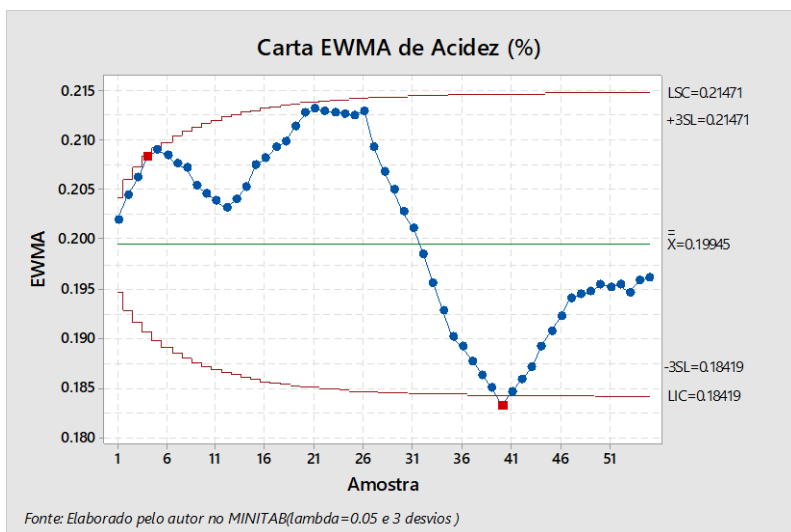


Figura 13: Carta EWMA do índice de acidez de azeite extravirgem.

Como acção correctiva para aumentar a eficiência no monitoramento do processo através das cartas CUSUM e EWMA tivemos que remover os pontos 1, 2, 3, 4, 13, 16, 20, 21, 28, 29, 30, 32, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 41 e 42 do gráfico X. Com a remoção destes pontos, nas novas cartas, o processo parece estar sob controlo nas CUSUM e EWMA (vide figura 14 e 15), para dizer que não podemos afirmar

categoricamente por uma ou duas cartas de que o processo está sob controlo estatístico sem antes investigarmos o que aconteceu em pontos que se encontram fora de limites de controlo de cada tipo de carta porque podemos estar perante a falsos alarmes devido a causas especiais ou comuns de problema de especificação.

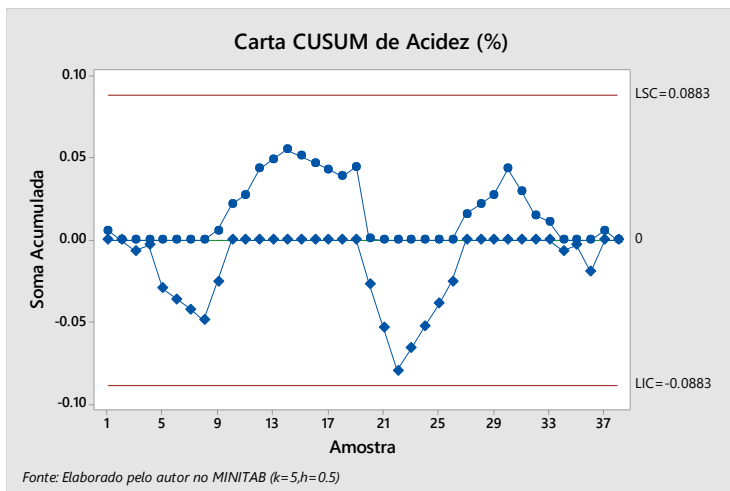


Figura 14: Carta CUSUM do índice de acidez de azeite extravirgem.

Lambda=0.05

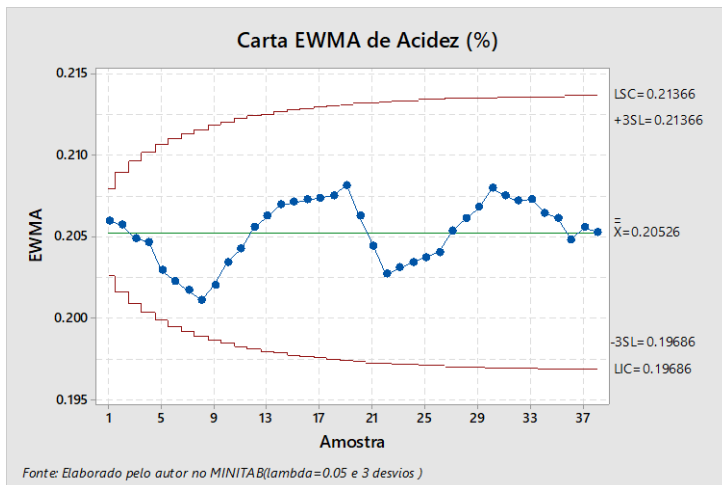


Figura 15: Carta EWMA do índice de acidez de azeite extravirgem.

CONCLUSÃO

Neste presente artigo mostramos a aplicabilidade das cartas de controlo no processo de monitoramento de características que podem ser medidas e ter valores contínuos ou monitorar variáveis com características de valores discretas que podem ser contados. Além, disso, as cartas de controlo são

importantes para avaliar e monitorar se o item ou produto está fora das especificações recomendadas ou aceites pela ISO ou por entidades de inspeção de avaliação de qualidade de produtos ou itens.

Quanto a vantagem das cartas de controlo no monitoramento do processo concluímos que as Cartas de Soma Cumulativa (CUSUM) e Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA) são considerados melhores pelo

facto de aumentar a eficiência no monitoramento do processo, onde a carta de controlo EWMA é muito eficaz contra pequenas mudanças de processo, os parâmetros da projeção do gráfico são os múltiplos de sigma usados nos limites de controlo (L) e o valor de 1. Isto é possível escolher esses parâmetros para dar desempenho ARL para o gráfico de controle EWMA que se aproxima muito do desempenho ARL CUSUM para detectar pequenas mudanças. Quanto a robustez, as cartas de controlo do Shewhart são muito sensíveis à não normalidade no sentido de que o real valor no controlo ARL (ARL₀) seria menor do que o valor esperado com base na suposição de uma distribuição normal. As cartas de Shewart aumentam de forma drástica a taxa de alarmes falsos enquanto um gráfico de EWMA com $l = 0,05$ ou $l = 0,10$ e um limite de controlo escolhido supõe-se que tem um desempenho muito bom contra o normal e não normal.

Em relação aos resultados do índice de acidez de azeite extravirgem, verificamos que construindo a carta \bar{X} era sensível a variabilidade no processo, o que nos levou a remoção das observações 13, 28 e 43 na carta MR como medida ou acção correctiva para investigar o que estaria a acontecer com os pontos fora dos limites do controlo. Para aumentar a eficiência no monitoramento do processo tivemos que implementar as cartas CUSUM e EWMA, onde verificamos que o processo parecia estar sob controlo porque já não existia nenhum ponto ou observação individual de índice de acidez de azeite extravirgem que se encontrava fora dos limites de controlo. Concluimos ainda neste artigo que as cartas de controlo devem ser aplicados com um pouco de cautela no processo de tomada de decisão do fenómeno a ser investigado, isto é, para monitorar o processo não é suficiente tirar conclusões sob controlo estatístico com base em uma ou duas cartas de controlo sem antes investigarmos o que aconteceu em pontos que se encontram fora de limites de controlo de

cada tipo de carta porque podemos estar perante a falsos alarmes devido a causas especiais ou comuns de problema de especificação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Costa, A. F. B., Epprecht, E. K., & Carpinetti, L. C. R. (2009). *Controle estatístico de qualidade* (2ª ed.). Atlas.
- Fregapane, G., & Salvador, M. D. (2013). *Chemical and sensory quality control in virgin olive oil*. *Olive Oil - Constituents, Quality, Health Properties and Bioconversions*, 1, 427–440. <https://doi.org/10.5772/53125>.
- Gervásio, E.H (2018). *Aplicação do Controlo Estatístico do Processo na Avaliação da Qualidade da Água Consumida no Município do Lubango – Huila*. Dissertação do mestrado na especialização de Estatística Computacional. UAB. Lisboa. Disponível e consultado no dia 16 de Novembro de 2024 em: <https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/7513>.
- Gonçalves, T., & Oliveira, J. A. (2020). *Aplicação de cartas de controlo para a monitorização de parâmetros químicos no azeite de oliva*. *Revista Brasileira de Qualidade*, 12(3), 215–230. <https://doi.org/10.1590/2020RBQ032>.
- Grilo, L. M. & Grilo, H. L (2016). *Comparison of individual charts to monitor peroxide index of olive oil*, *Proceedings in Advances in Mathematics and Computer Science and their Applications* (Math. and Comp. in Sc. and Eng. Series, 57), 2016, pp. 272–275. Disponível e acedido no dia 16 de Novembro de 2024 no: http://www.wseas.us/e-library/conferences/2016/venice/MA_MUA/MAMUA-38.pdf.
- International Olive Council. (2022). *Trade standard applying to olive oils and olive-pomace oils* (COI/T.15/NC no 3/Rev. 16). <https://www.internationaloliveoil.org>

Parruque, C. J.; & Manhique, E. A. (2025). *Aplicação das cartas de controlo de qualidade na avaliação do índice de acidez de azeite extravirgem.*

Maroco, J. (2007). *Análise Estatística com utilização do SPSS*. Edições. Silabo. 3^a Edição. Lisboa.

Montgomery, D. C: (2012). *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th. Edição: Wiley. United States of America.

Montgomery, D. C. (2020). *Introduction to statistical quality control* (8th ed.). Wiley.

Regulamento (CEE) n° 2568/1991. *Classificação dos Azeites*. Disponível e acedido no dia 10 de Novembro de 2024 no: <https://www.asae.gov.pt/newsletter2/saenews-n-108-julho-2017/azeites-e-sua-classificacao-.aspx>.

Parruque, C. J.; & Manhique, E. A. (2025). Aplicação das cartas de controlo de qualidade na avaliação do índice de acidez de azeite extravirgem.