

ANÁLISE DA VOLATILIDADE DAS AÇÕES DO BANCO DO BRASIL ENTRE 2012 E 2023. UMA APLICAÇÃO DOS MODELOS ARCH E GARCH

Analysing the Volatility of Banco do Brasil Shares between 2012 and 2023. An Application of ARCH and GARCH Models

Análisis de la Volatilidad de las Acciones del Banco do Brasil entre 2012 y 2023. Una aplicación de los modelos ARCH y GARCH

^aEstevão Sérgio Zeco, ^bNuraine Mussagy Givá Issumalgy, ^cMiranda Albino Martins Muaualo

^a Mestrando em Estatística, Universidade de Brasília, Departamento de Estatística, Asa Norte, Brasília - DF, 70910-900,

^{b, c} Docente da Universidade Técnica Diogo Eugénio Guilande, Avenida das Indústrias nº 91, Município da Matola, Moçambique

E-mails de correspondência: ^aestevaosergiotseco@gmail.com ; ^bnuragiva@gmail.com, ^cmirandam939@gmail.com

Autor para correspondência: miguelbungo1108@yahoo.com

Data de recepção: 17-01-2025

Data de aceitação: 02-03-2025

Como citar este artigo: Zeco, E. S., Issumalgy, N. M. G. & Muaualo, M. A. M. (2025). *Análise da Volatilidade das Ações do Banco do Brasil entre 2012 e 2023. Uma aplicação dos Modelos ARCH e GARCH.* ALBA - ISFIC Research and Science Journal, 2(7), pp. 45 – 58. <https://alba.ac.mz/index.php/alba/issue/view/10>.

RESUMO

A necessidade de entender a volatilidade tornou-se mais urgente com a evolução da economia moderna. O grau de incerteza e os riscos endógenos e exógenos ao mercado, sobretudo financeiro, demandavam que as análises se debruçassem também sobre a heterocedasticidade condicional dos indicadores. Neste artigo estamos interessados em analisar as séries temporais financeiras, ou seja, séries dos retornos das

ações do Banco do Brasil entre janeiro de 2012 e fevereiro de 2023 utilizando os modelos ARCH e GARCH. Os modelos ARCH (4) e GARCH (1,1) estimados captaram melhor a volatilidade com resíduos t-Student, diferente da normal e podem ser usados prever a volatilidade, mas como a volatilidade não é diretamente observada, porém pode ser trabalhada com modelos heterocedásticos e o GARCH (1,1) mostrou-se ser o melhor, tanto pelo AIC e BIC, assim como pelo critério

parcimonioso, flexibilidade e um melhor ajuste aos dados, proporcionando desse modo uma melhor previsão da volatilidade das ações do Banco do Brasil.

Palavras chaves: Volatilidade, Séries temporais, Modelos ARCH e GARCH, Banco do Brasil, Retornos das ações

ABSTRACT

The need to understand volatility has become more urgent with the evolution of the modern economy. The degree of uncertainty and the endogenous and exogenous risks to the market, especially the financial market, demanded that analyses also look at the conditional heteroscedasticity of indicators. In this article we are interested in analysing financial time series, i.e. series of Banco do Brasil share returns between January 2012 and February 2023 using ARCH and GARCH models. The estimated ARCH (4) and GARCH (1,1) models better captured volatility with t-Student residuals, which is different from normal and can be used to predict volatility, but since volatility is not directly observed, it can be worked with heteroscedastic models and GARCH (1,1) proved to be the best, both by AIC and BIC, as well as by the parsimonious criterion, flexibility and a better fit to the data, thus providing a better prediction of the volatility of Banco do Brasil shares.

Keywords: Volatility, Time series, ARCH and GARCH models, Banco do Brasil, Stock returns

RESUMEN

La necesidad de comprender la volatilidad se ha hecho más urgente con la evolución de la economía moderna. El grado de incertidumbre y los riesgos endógenos y exógenos para el mercado, especialmente el financiero, exigieron que los análisis también consideraran la heteroscedasticidad condicional de los indicadores. En este artículo estamos interesados en analizar series temporales financieras, es decir, series de rendimientos de las acciones del Banco do Brasil entre enero de 2012 y febrero de 2023 utilizando modelos ARCH y GARCH. Los modelos ARCH (4) y GARCH (1,1) estimados capturaron mejor la volatilidad con residuos t-Student, que es diferente de la normal y se puede utilizar para predecir la volatilidad, pero como la volatilidad no se observa directamente, se puede trabajar con modelos heteroscedásticos y GARCH (1,1) resultó ser el mejor, tanto por AIC y BIC, como por el criterio de parsimonia, flexibilidad y un mejor ajuste a los datos, proporcionando así una mejor predicción de la volatilidad de las acciones del Banco do Brasil.

Palabras clave: Volatilidad, Series temporales, Modelos ARCH y GARCH, Banco do Brasil, Rentabilidade de las acciones

1. Introdução

No mercado financeiro, é muito comum observar o preço de uma determinada ação ou de uma determinada carteira de ações durante um período de tempo. Essas observações podem ser por minuto, por hora, por dia, por mês ou por ano. O objetivo do monitoramento dos preços das ações é coletar informações que permitam uma avaliação dos riscos do investimento (ISHIZAWA, 2008).

Os estudos de volatilidade em séries financeiras e o consequente uso dos modelos ARCH e GARCH também se destacaram pela necessidade de adequar a análise à crescente importância do risco e das incertezas nas teorias econômicas modernas (BUENO, 2011).

Pesquisadores que se dedicam a prever séries temporais, tais como preços de ações, taxas de inflação, taxas de câmbio, etc., costumam observar que a capacidade dos modelos em prever tais variáveis oscila consideravelmente de um período para outro e nesse contexto esse trabalho tem como objetivo analisar a volatilidade das ações do Banco do Brasil entre janeiro de 2012 e fevereiro de 2023 aplicando dos modelos ARCH e GARCH.

De acordo com o relatório da SUNO DROPS (2020), O Banco do Brasil é um dos quatro maiores bancos brasileiros de capital aberto, o primeiro banco brasileiro a ser listado na bolsa de valores, desde 1906 está no mais alto nível de governança. Em 2002, converteu todas as ações PN em ON (BBAS3F), em 2009 lançou seu programa de ADR patrocinado nível I no mercado de balcão americano, em 2014 migrou para ADR nível II. É controlado pela União, que detém mais de 50% do capital total do banco e os demais títulos circulam nos mercados nacional e internacional.

Este artigo pretende analisar as séries temporais financeiras, ou seja, séries dos retornos das ações do Banco do Brasil entre janeiro de 2012 e fevereiro de 2023 utilizando os modelos ARCH e GARCH.

O artigo apresenta uma Fundamentação teórica, Metodologia a fim de descrever como foi desenvolvido, Resultados e Discussão, Conclusões e Referências bibliográficas.

2. Fundamentação Teórica

2.1. Modelos ARCH

2.1.1. Definição Modelo ARCH

O modelo ARCH(p) é definido como (ENGLE, 1982):

$$y_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad (2.1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \alpha_2 y_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p y_{t-p}^2 \quad (2.2)$$

onde $\{\epsilon_t\}$ é um ruído branco com $E[\epsilon_t] = 0$ e $Var[\epsilon_t] = 1$, $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$ são parâmetros, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0$, $h_t > 0$, $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p < 1$.

Usualmente assumiremos que ϵ_t possui distribuição normal com média zero e variância um, $\epsilon_t \sim N(0,1)$, mas podemos assumir também que segue uma t-Student com v graus de liberdade ($\epsilon_t \sim t_v$) ou uma outra distribuição que descreva melhor as caudas pesadas das séries financeiras. Para investigar algumas propriedades dos modelos ARCH(p), consideremos o caso $p = 1$ com $\epsilon_t \sim N(0,1)$, assim o modelo é definido como:

$$y_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad (2.1.1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (2.2.1)$$

A média e variância condicional de y_t é dada por:

$$\begin{aligned} E_{t-1}[y_t] &= E_{t-1}[\sqrt{h_t} \epsilon_t] \\ &= \sqrt{h_t} E_{t-1}[\epsilon_t] \quad (2.3) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var_{t-1}[y_t] &= Var_{t-1}[\sqrt{h_t} \epsilon_t] \\ &= h_t Var[\epsilon_t] \quad (2.4) \\ &= h_t \end{aligned}$$

A média e variância incondicional de y_t é dada por:

$$\begin{aligned} E[y_t] &= E[E_{t-1}[y_t]] = E[0] \\ &= 0 \quad (2.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var[y_t] &= E[y_t^2] \\ &= E[E_{t-1}[y_t^2]] \\ &= E[\alpha_0 \\ &\quad + \alpha_1 y_{t-1}^2] \quad (2.6) \\ &= \alpha_0 \\ &\quad + \alpha_1 Var[y_{t-1}] \\ &= \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \end{aligned}$$

Curtose- o $\{\epsilon_t\}$ possui o quarto momento central constante, isto é, $\mu_{(4)} = E[y_t^4]$, $\forall t$

$$\begin{aligned} \mu_{(4)} &= E[y_t^4] = E[E_{t-1}[y_t^4]] \\ &= E[3(\alpha_0 + 2\alpha_0 \alpha_1 y_{t-1}^2 \\ &\quad + \alpha_1^2 y_{t-1}^4)] \quad (2.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \\ K &= \frac{E[y_t^4]}{E[y_t^2]^2} \\ &= \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)(1 + \alpha_1)^2}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)\alpha_0^2} \quad (2.8) \\ &= 3 \left(\frac{1 + \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} \right) > 3, \end{aligned}$$

Como a curtose do modelo ARCH é maior que, suas caudas serão mais pesadas que a da normal e este fato é uma das características dos ativos financeiros, logo o modelo é apropriado para descrever as séries financeiras. Em relação a estacionariedade, o modelo é estacionário, possui uma média constante e a autocovariância depende da defasagem.

2.2. Identificação do Modelo ARCH

Como os modelos ARCH consideram que a série é não correlacionada serialmente, temos que o primeiro passo no ajuste da série é tentar retirar toda a autocorrelação da série, se existir, ajustando um modelo $ARMA(p, q)$. No caso da série com autocorrelação temos:

$$\Phi(B)x_t = \theta_0 + \Theta(B)y_t \quad (2.9)$$

onde B é o operador de retardo, $\Phi(B) = (1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$, $\Theta(B) = (1 + \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 + \dots + \theta_p B^p)$, x_t é a série original dos retornos e $y_t \sim ARCH(p)$ é resíduo do modelo. Para verificar se a série apresenta heterocedasticidade condicional, podem ser utilizados dois testes:

- (i) Teste de Box-Pierce-Ljung
- (ii) Teste de Multiplicadores de Lagrange- ML

Para identificar a ordem do modelo $ARCH(p)$, podemos recorrer a ACF da série para, mas não é sempre que é fácil usar esse método, para tal podemos optar por estimar vários modelos e escolher o melhor através do AIC.

2.3. Estimação do Modelo ARCH

A estimação dos parâmetros no modelo ARCH é feita utilizando o método da máxima verossimilhança condicional, onde a função verossimilhança é dada por:

$$L(\alpha|y_1, \dots, y_t) = \prod_{t=p+1}^T f(t|F_{t-1})f(y_1, \dots, y_p|\alpha) \quad (2.1)$$

Os erros do modelo ARCH podem seguir qualquer distribuição de probabilidade com média zero e variância unitária, segundo a definição do modelo.

2.4. Previsão da volatilidade

As previsões para a volatilidade utilizando o modelo $ARCH(p)$ dado pelas equações (2.11) e (2.12) são obtidas recursivamente. Assim,

$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 y_t^2 + \alpha_2 y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p y_{t-p+1}^2 \quad (2.11)$$

é a previsão de h_{t+1} (um passo à frente), com origem fixada no instante t . As previsões k passos à frente, com origem em t , são dadas por:

$$\hat{h}_t(k) = \alpha_0 + \sum_{i=k}^p \alpha_i \hat{h}_t(k-i) \quad (2.12)$$

em que $\hat{h}_t(k-i) = \alpha_p y_{t+k-i}^2$, se $k-i \leq 0$.

2.5. Modelos GARCH

2.5.1. Apresentação do Modelo GARCH

O modelo $GARCH(p, q)$ é definido como (BOLLERSLEV, 1986):

$$y_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned}
 h_t = & \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \alpha_2 y_{t-2}^2 \\
 & + \dots + \alpha_p y_{t-p}^2 \\
 & + \beta_1 h_{t-1} \quad (2.14) \\
 & + \beta_2 h_{t-2} + \dots \\
 & + \beta_q h_{t-q}
 \end{aligned}$$

onde $\{\epsilon_t\}$ é um ruído branco com $E[\epsilon_t] = 0$ e $Var[\epsilon_t] = 1$, $\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_p$ são parâmetros. As restrições abaixo são necessárias para garantir que $Var_{t-1}[\epsilon_t] > 1$ e $Var[\epsilon_t] > 0$:

$$\begin{aligned}
 \alpha_0 > 0. \quad \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p. \quad \beta_j \\
 & \geq 0, j \\
 & = 1, \dots, q. \quad \sum_{i=1}^p \alpha_i \\
 & + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1
 \end{aligned}$$

Para investigar algumas propriedades dos modelos GARCH(p), consideremos o caso $p, q = 1$ com $\epsilon_t \sim N(0,1)$, muito utilizado na prática, assim o modelo é definido como:

$$y_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad (2.13.1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (2.14.1)$$

Os modelos GARCH apresentam as mesmas propriedades vistas para os modelos ARCH: Média zero, sem autocorrelações, distribuição leptocúrtica e pode-se mostrar que a variância incondicional é dada por:

$$\begin{aligned}
 Var[y_t] &= E[y_t^2] \\
 &= E[E_{t-1}[y_t^2]] \\
 &= E[\alpha_0 \\
 &+ \alpha_1 y_{t-1}^2 \\
 &+ \beta_1 h_{t-1}] \\
 &= \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)}
 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Quanto a parcimónia, os modelos GARCH tendem a ser mais parcimoniosos que os ARCH. O procedimento de identificação da ordem do modelo é o mesmo que o do ARCH, mas os GARCH geralmente ordens (1, 1) costumam a ser suficientes, mas na dúvida é recomendado testar as ordens (1,1); (2,1); (1,2) e (2,2) e escolher um deles via algum critério de parcimónia, como o AIC e BIC (MORETTIN e TOLOI, 2004). Os parâmetros são estimados através do método da máxima verossimilhança condicional, supondo normalidade dos termos de erro (ϵ_t) com base na seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 L(\alpha, \beta | y_1, \dots, y_t) \\
 &= f(y_t | F_{t-1}) f(y_{t-1} | F_{t-2}) \dots f(y_{r+1} | F_r) \\
 &= \prod_{t=p+1}^T f(t | F_{t-1}) f(y_1, \dots, y_p | \alpha, \beta) \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

2.5.2. Previsão da volatilidade

As previsões para a volatilidade utilizando o modelo $GARCH(p, q)$, podem ser feitas de forma similar ao do modelo ARMA. As previsões com origem t , considerando um modelo $GARCH(1,1)$ são dadas por:

$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 y_t^2 + \beta_1 h_t \quad (2.17)$$

Para $k > 1$, temos:

$$\hat{h}_t(k) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \hat{h}_t(k - 1), \quad k > 1 \quad (2.18)$$

2.6. Seleção do melhor modelo

CrITÉrio de Informação Akaike (AIC)

De acordo com LITTELL, R. C et al (2002), a escolha do modelo adequado, do ponto de vista estatístico, é um tÓpico extremamente importante na análise de dados. Busca-se o modelo mais parcimonioso, ou seja, o modelo que envolva o mÍnimo de parÁmetros possÍveis de serem estimados e que explique bem o comportamento da variÁvel resposta.

Uma tÉcnica muito conhecida para a avaliaÇão é o CrITÉrio de Informação Akaike (AIC), definida como:

$$\begin{aligned} AIC \\ &= -2 \log \text{verossimilhança maximizada} \\ &+ 2m \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde m é o número de coeficientes do modelo ajustado. Para dados normalmente distribuídos e utilizando as estimativas de máxima verossimilhança dos coeficientes, temos que:

$$AIC = n \log(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + 2m \quad (2.19.1)$$

onde $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 1/n \sum_{i=1}^n \hat{\sigma}_t^2$ e $\hat{\sigma}_t$ é o resÍduo do modelo. Existem muitos outros crITÉrios de informação que são apenas variaÇões do

AIC, como no caso do CrITÉrio de Informação Bayesiano (BIC), temos:

$$\begin{aligned} BIC \\ &= -2 \log \text{verossimilhança maximizada} \\ &+ 2m + m \log n \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde n é o tamanho da amostra. Podemos observar que o BIC penaliza mais os modelos com maior número de parÁmetros que AIC.

3. Metodologia

Para a realizaÇão do trabalho, foram descarregados no site de “yahoo” dados diÁrios de fechamentos das aÇões do Banco do Brasil (“BBAS3.SA”) entre janeiro de 2012 e fevereiro de 2023, com cerca de 2.757 observaÇões.

A sÉrie x_t do “BBAS3.SA” foi transformada em uma sÉrie de log-retornos, pelo facto de serem livre escala e apresentam propriedades estatísticas interessantes. Em seguida foram verificadas algumas propriedades fundamentais dos retornos, tais como: a não autocorrelação, quadrados dos retornos autocorrelacionados, distribuiÇão leptocurtica e assimetria a esquerda, e a identificaÇão da ordem dos modelos foi feita com base nos grÁficos ACF e PACF.

Salienta-se que as análises foram feitas com base na linguagem de programação R e para os testes estatísticos considerou-se um nível de significância de 5%.

A volatilidade dentro da economia e para o mercado financeiro é muito importante, portanto, sua estimativa e previsão são tratadas de forma diferente dos modelos clássicos de séries temporais, pois não reproduzem algumas características fundamentais, como não normalidade condicional ou incondicional e a variância condicional não constante ao longo do tempo (BOX & JENKINS, 1976).

A estimação dos parâmetros dos modelos ARCH e GARCH foi feita usando o método da máxima verossimilhança, onde o termo erro (ε_t) poderia receber distribuição normal, t-Student ou outras distribuições de probabilidade que fossem adequadas. Na análise dos resíduos foi feita verificação das suposições de normalidade, heterocedasticidade e não autocorrelação, de forma visual (gráfico dos resíduos, QQ-norm, ACP e PACF), bem como via testes estatísticos Ljung-Box e Shapiro-Wilk.

Muitas vezes, após ajustar alguns modelos, podemos encontrar muitos que são

adequados ao conjunto de dados em estudo. Diante dessa situação, é necessário utilizar algumas técnicas de discriminação para a escolha do melhor modelo, nesse contexto, nesse estudo foram considerados os AIC e BIC.

4. Resultados e Discussão

De modo a compreender melhor o comportamento da série das ações do Banco do Brasil entre janeiro de 2012 e fevereiro de 2023, a Figura 1 e a Tabela 1, mostraram que os valores da série de fechamento estavam compreendidos entre 12.70 e 55.18 reais, com uma média diária de 30.53 reais, onde cerca da metade das ações estavam abaixo de 29.35 reais e com uma média dispersão de cerca de 29.68%, por outro lado, verificou-se que a série apresentou um crescimento muito lento de jan/2012 à 2014, tendo a posterior apresentado uma grande queda até 2016 e daí foi crescendo de forma exponencial até 2020, e tendo apresentado uma ligeira queda ainda em 2020 e está mostrando tendências de crescimento ao longo dos próximos tempos, embora não tão alto.

Tabela 1. Estatísticas descritiva da série das ações e retornos.

Série	Mín	1º Q	Mediana	Média	CV	3º Q	Máx
Ações	12.70	23.82	29.35	30.53	29.68%	34.77	55.18
Retornos	-0.238	-0.014	0.0	0.0002	----	0.0142	0.1581

Entrando mais na série de ações, mas com a série transformada de log-retornos, na

volatilidade. Conforme verificado por SILVA (2020), tanto a média (0,000136)



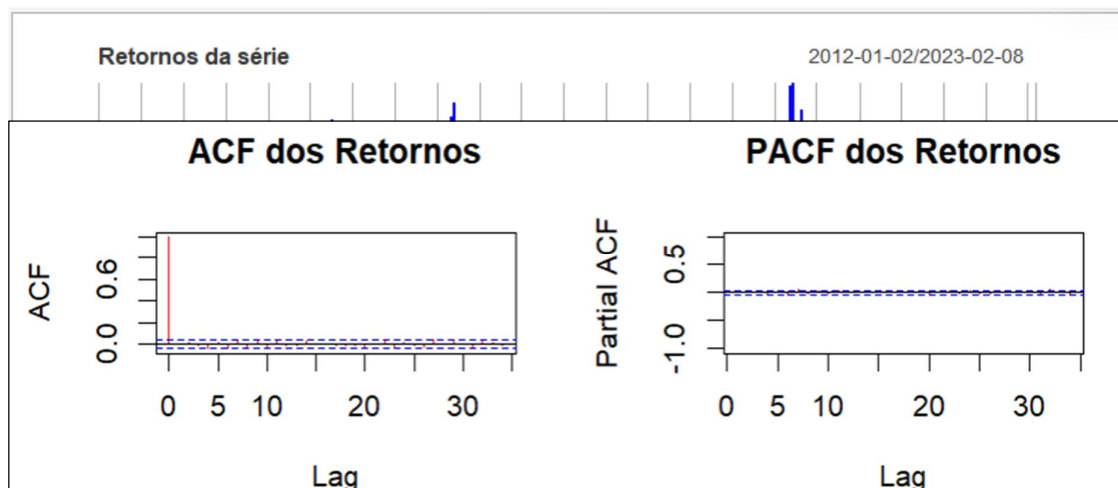
Figura 2 e na Tabela 1, observa-se que os retornos variaram entre -0,238 e 0,1581, com uma média diária de 0,0002. Aproximadamente 50% dos retornos estavam abaixo de zero, indicando alta dispersão e heterogeneidade. Foram identificadas regiões com altos padrões de oscilação, chamadas de clusters de

quanto a mediana (0,000471) ficaram próximas de zero. A variação extrema pode ser explicada por oscilações significativas, e o baixo desvio-padrão (0,027) sugere que grandes variações foram raras, ocorrendo apenas em períodos de picos positivos e negativos.

Figura 1. Série de ações do Banco do Brasil entre 2012 e 2023.

Figura 2. Série de retornos do Banco do Brasil entre 2012 e 2023.

Figura 3. ACF e PACF da série de retornos.



As séries de retornos possuem algumas características específicas. Uma delas é a

ausência de autocorrelação, conforme demonstrado na Figura 3, que apresenta o ACF e o PACF dos retornos. Outra característica é a presença de uma distribuição de probabilidade com caudas pesadas, evidenciada por uma curtose de 11.1533, indicando uma distribuição leptocúrtica. Além disso, os retornos

apresentaram um coeficiente de assimetria de -0.3582, mostrando uma assimetria à esquerda. TSAY (2002) reforça esse ponto, sugerindo que é mais apropriado modelar as inovações ε_t usando a distribuição t de Student para capturar melhor as caudas pesadas das séries financeiras.

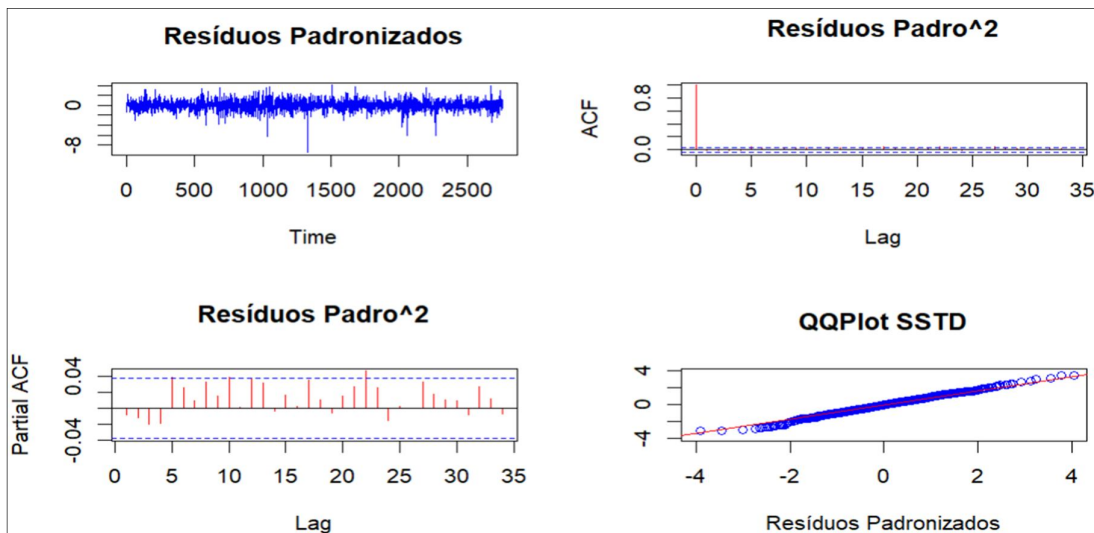


Figura 4. Análise dos resíduos do modelo ARCH (4).

Para a estimação dos parâmetros dos modelos, utilizou-se o método da máxima verossimilhança, estimando-se os parâmetros dos modelos ARCH (1) e GARCH (1,1) com resíduos normalmente distribuídos. No entanto, os gráficos dos resíduos mostraram que ambos os modelos não captaram toda a volatilidade na série dos retornos, pois a distribuição dos resíduos não era adequada. Isso era esperado, pois a distribuição normal geralmente não é observada em séries de retornos, que demandam distribuições mais leptocúrticas e, às vezes, assimétricas.

Diante disso, adotou-se a metodologia usada por THOMAZ et al. (2020), que consiste em utilizar os retornos absolutos ou ao quadrado para avaliar a previsão, visto que os modelos ARCH e GARCH estimam a variância condicional a partir dos retornos. Os gráficos de ACF e PACF dos resíduos ao quadrado mostraram autocorrelações significativas, estimando-se novamente os modelos ARCH (1) e GARCH (1,1), desta vez com a distribuição de probabilidade t-Student para os resíduos. Verificou-se que tanto o ARCH (1) quanto o GARCH (1,1) apresentaram uma boa

adequação à distribuição t-Student, mas apenas o GARCH (1,1) satisfaz a condição de autocorrelações insignificativas, conforme a Figura 5. Para o modelo ARCH, o problema das autocorrelações foi resolvido aumentando a ordem do modelo para ARCH (4), conforme a Figura 4. Os

detalhes específicos e os resultados das estimativas dos parâmetros, bem como os gráficos de ACF e PACF, estão apresentados nas Tabelas 1 e 2 e nas Figuras 4 e 5.

Tabela 2. Estimação dos parâmetros dos modelos ARCH e GARCH.

Modelo	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	β	Shape	AIC	BIC
ARCH (4)	0.0003	0.1476	0.1791	0.0963	0.0900	---	5.62	-4.654	-4.639
GARCH (1,1)	2.12×10^{-5}	9.35×10^{-2}	---	---	---	8.76×10^{-1}	6.35	-4.684	-4.673

Para confirmar os resultados observados na Figura 4, seguindo a abordagem de THOMAZ et al. (2020), que demonstra que a análise visual pode não ser suficiente para confirmar se os modelos ARCH (4) e GARCH (1,1) atendem aos pressupostos, foram realizados testes estatísticos. Os testes utilizados foram o teste de Ljung-Box e o teste de Kolmogorov-Smirnov. Os resultados desses testes indicaram que os resíduos são heterocedásticos e que a distribuição t-Student foi adequada. Isso confirma que os modelos ARCH (4) e GARCH (1,1) conseguiram capturar toda a volatilidade da série.

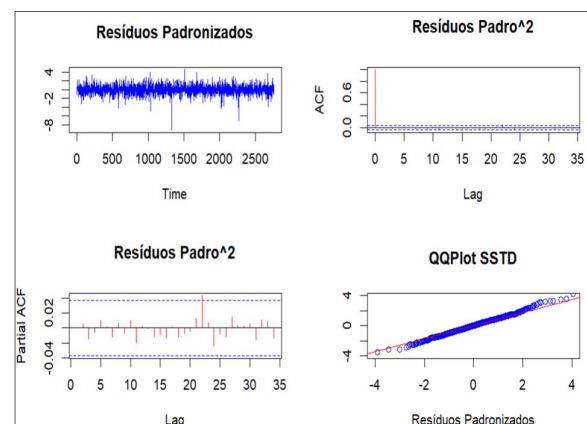


Figura 5. Análise dos resíduos do modelo GARCH (1,1).

Na Tabela 2 são apresentados coeficientes dos modelos ARCH (4) e GARCH (1,1), onde o parâmetro de shape (graus de liberdade) mostrou que os dois modelos apresentaram uma distribuição com caudas pesadas 5.62 e 6.35 respectivamente, mostrando-se melhor para o GARCH (1,1).

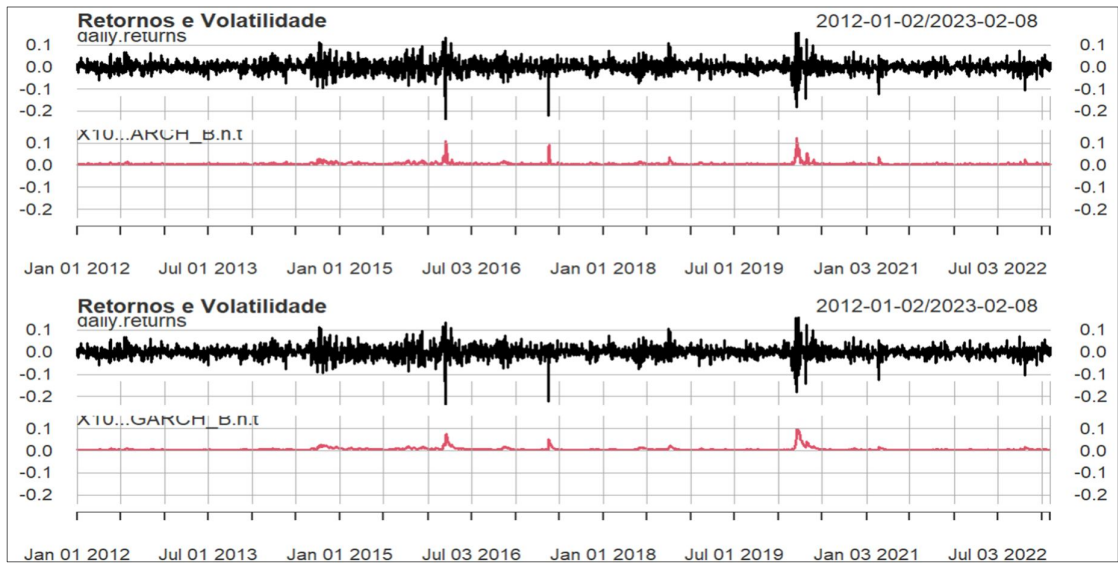


Figura 6. Retorno e Volatilidade dos modelos ARCH (4) e GARCH (1,1).

Quanto a estimação da volatilidade, a Figura 6 mostrou que os modelos ARCH (4) e GARCH (1,1) conseguiram estimar muito bem a volatilidade, mostrando muito bem as oscilações ocorridas ao longo do tempo nos retornos, mas mesmo com essas características, os critérios AIC e BIC ilustrados na Tabela 2, mostraram que o modelo GARCH (1,1) é o melhor para prever a volatilidade, pois um $AIC = -4.684$ e um $BIC = -4.673$ menores que

os do ARCH (4), isso porque os modelos ARCH utilizam muitos parâmetros devido à longa memória encontrada na série, além da existência do problema com a variância condicional negativa, o GARCH mostrou-se mais parcimonioso, pois descreveu a volatilidade com menos parâmetros, tornando-se um modelo mais flexível no sentido de descrever uma memória mais longa.

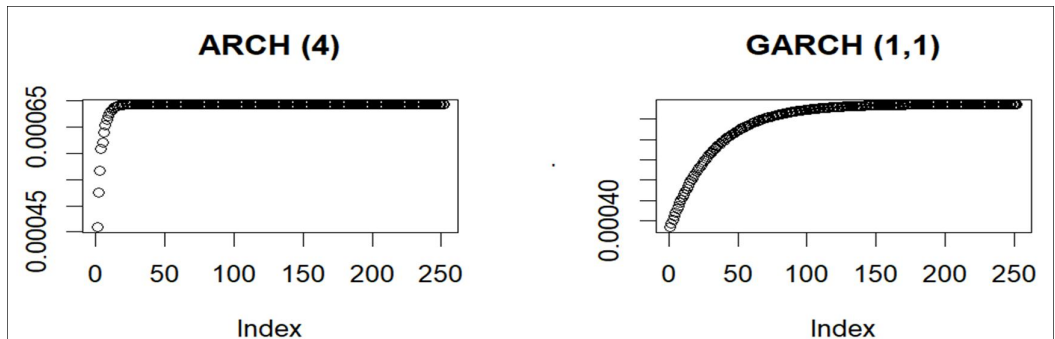


Figura 7. Previsão da Volatilidade usando os modelos ARCH (4) e GARCH (1,1).

A Figura 7 reforça a eficácia do modelo GARCH (1,1) na previsão da volatilidade em comparação com o ARCH (4) ao longo

de 252 dias. Isso confirma os achados de THOMAZ et al. (2020), que concluíram que o modelo GARCH (1,1) com

distribuição t de Student é superior aos outros modelos testados. Por exemplo, o modelo GARCH (2,1) especificado com distribuição normal não conseguiu produzir resíduos que seguissem essa distribuição. Esses resultados são consistentes com o estudo realizado por SILVA (2020).

5. Conclusões

O Banco do Brasil S.A é uma empresa do setor financeiro classificada como um banco múltiplo, com diversos serviços financeiros. Entre os segmentos, destacam-se o bancário, o de investimentos, o de gestão de recursos, o de seguridade e o de meios de pagamento. As suas ações de fechamento no período de janeiro de 2012 à fevereiro 2023 estavam compreendidas entre 12.70 e 55.18, com uma média dispersão de cerca de 29.68%.

Os retornos logaritmizados apresentaram períodos de alta e baixa volatilidade, onde a distribuição normal mostrou-se não ser adequada para modelar a volatilidade por via dos modelos ARCH e GARCH, mas como alternativa usou-se a distribuição t-Student para os resíduos, onde estimou-se os modelos ARCH (4) e GARCH (1,1) e ambos conseguiram captar toda a volatilidade.

Em muitas aplicações podemos encontrar vários modelos que são adequados aos dados, como no caso do ARCH (4) e GARCH (1,1), mas uma maneira de

discriminar estes modelos é verificando a qualidade de ajuste e através do $AIC = -4.684$ e $BIC = -4.673$ do GARCH (1,1) e $AIC = -4.654$ e $BIC = -4.639$ do ARCH (4), o GARCH (1,1) apresentou um melhor ajuste por apresentar valores de AIC e BIC relativamente inferior a do ARCH (4), o mesmo verificou nas previsões da volatilidade, o GARCH (1,1) captou toda a volatilidade e mostrou-se mais adequado para prever a volatilidade e usou o menor número de parâmetros em relação ao ARCH (4).

Referências bibliográficas

- ✓ BOLLERSLEV, T., 1996, Generalize Autoregressive Conditional Heterocedasticity, Journal of Econometrics;
- ✓ BOX, G. E. P. & JENKINS, G. M., 1976, Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco;
- ✓ BUENO, R. L. DA S., 2011, Econometria de Séries Temporais. São Paulo: Cengage Learning;
- ✓ ENGLE, R. F., 1982, Autoregressive Conditional Heterocedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation, Econometrica;
- ✓ ISHIZAWA, D. K., 2008, Modelos de Volatilidade Estatística. Dissertação

- (Mestrado) Universidade Federal de São Carlos: UFSCar;
- ✓ LITTELL, R. C et al., 2002, SAS System for Mixed Models. Cary: Statistical Analysis System Institute;
 - ✓ MORAIS, I. A. C. and PORTUGAL, M. S., 1999, Modelagem e Previsão de Volatilidade Determinística e Estocástica para a Série do IBOVESPA, Estística Economica;
 - ✓ MORETTIN, P. A., 2006, Econometria Financeira. Um Curso em Séries Temporais Financeiras, Departamento de Estatística do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo;
 - ✓ MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C., 2006, Análise de séries temporais. Edgard Blücher, São Paulo;
 - ✓ Relatório da Suno Drops sobre BBAS3. Atualizado em 09.09.2020- Disponível em www.sunoresearch.com.br;
 - ✓ SILVA, C. A. G. da. A Volatilidade e assimetria dos preços das ações Banco do Brasil: Uma abordagem do modelo APARCH / The volatility and Asymmetry Bank of Brazil stock prices: An approach to the APARCH model. Brazilian Journal of Business, [S. l.], v. 2, n. 3, p. 2668–2683, 2020. DOI: 10.34140/bjbv2n3-055. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BJB/article/view/15408>;
 - ✓ THOMAZ, Paulo Siga; MATTOS, Viviane Leite Dias de; NAKAMURA, Luiz Ricardo; KONRATH, Andréa Cristina; NUNES, Gérson dos Santos. Modelos GARCH em ações financeiras: um estudo de caso. Exacta, [S. l.], v. 18, n. 3, p. 626–648, 2020. DOI: 10.5585/exactaep.v18n3.10921. Disponível em: <https://periodicos.uninove.br/exacta/article/view/10921>;
 - ✓ TSAY, R. S. (2002). Analysis of Financial Time Series: Financial Econometrics. Wiley, Nova Iorque;
 - ✓ YIP, H., FAN, H., & CHAING, Y (2013). Predicting the maintenance cost of construction equipment: Comparison between general regression neural network and Box-Jenkins time series models. Automation in Construction, 38:30-38.
- Economía e Gestão: Dissertação de Mestrado. (2014).
- TEIXEIRA, Oney., Wunderlich, & Santos, Ferry. Vantagens e Desvantagens da Implantação da Disciplina Educação Financeira nas Escolas de Ensino Médio na Cidade de Pinhais. Cidade de Pinhais: PR Pinha/PR. (2010)